数理解析研究所講究録
452巻 1982年 215-226

ローカルネットワークにおける通信プロトコルと待ち行列モデル

東北大 通研 白鳥則郎
高橋博之
野口正一

1 要約

計算機システムの巨大化に伴ないソフトウェアの設計，特に，保守のコストが急激に増加しつつある。計算機網における通信プロトコルについても同様である。そこで本稿では，通信プロトコルを，設計から検証，実装，性能評価及び保守まで一貫した思想のもとで開発する系統的な設計法を与える。又，後半では系統的設計法における性能評価の問題に焦点をしぼり，特に，解析的評価によく用いられる待ち行列理論の応用について述べる。待ち行列モデルとして扱われる対象は計算機ネットワークである。計算機ネットワークは，高度な分散処理システムを構築する上で基本的な役割を果たすシステムであり，広域網とローカルネットワークに分類される。特に，ローカルネットワークはオフィスオートメーション（OA）との関連から最近注目されている

。この中で，ループ形網とEthernetが高度なOAを実現するシステム形態として期待されている。後半では，前述のEthernetにおける通信方式の評価について試みる。評価する通信方式は先に筆者らが提案したRAP方式である。この方式を待ち行列的にモデル化すると，往復巡回形の多重待ち行列となる。このようなモデルは従来より種々の角度から検討されており，特に，M. Eisenberg[4]は，全処理型について，ほとんどすべてのモデルを包含するような，かなり一般的な条件のもとで検討しており，各待ち行列における待ち時間分布のLaplace-Stieltjes変換及び同一窓口への再訪時間分布のLaplace-Stieltjesを与えている。又，同時に，これらの平均値を導出する"方法"について示唆しているが，M=2の場合を除き複雑性（Complexity）の問題から具体的には，与えていない。ここで，Mは待ち行列の個数を示す。前述のEthernetにおけるRAP方式はM. Eisenbergが検討したモデルに含まれる。しかしながら，本稿では，RAP方式についてM. Eisenbergとは別の解析手法を用いて考察することにより，各待ち行列における客の平均待ち時数を閉じた形で得ることができた。

尚，通信方式の設計の立場から見ると，K－制限式のモデルが興味深い。つまり，トラヒックパターンが与えられた時

，レスポンスタイムを最小とするための決定問題に適用し得るからである。しかし，現在のところ，巡回形を除き，RAP方式も含め一般的に解かれていない。現在，筆者らは，RAP方式の総合的な評価を，ただ一制限式を中心として種々の角度から検討を進めている。本稿では，その一部である全処理型のRAP方式についての検討例を示す。

2．プロトコルの系統的設計法と待ち行列理論

図1にプロトコルの系統的設計法の概要をフローチャートで示す。ここで，プロトコルの系統的設計法とは，"論理的な設計だけでなく，拡張・変更及び保守の容易性を支援する設計手順及び支援システムの確立手順である"。

系統的な設計法の主な具備条件は次の6項目であり，特に，項目（1），（2），（4），（6）には，"容易性"が要求される。

（1）プロトコルの理解，（2）設計（記述），
（3）検証，（4）実装，（5）性能評価，
（6）マニュアル，ドキュメンテーション。

又，同図において，システムの性能評価も重要な項目である。つまり，システムが設計者の意図する機能及びパフォーマンスを実現しているかどうかを，スループットあるいはレス

ポンスタイムなどの評価基準で評価する必要がある。このようなシステム評価には，数理計画法，待ち行列理論，計算機シミュレーションなどがよく利用される。特に，計算機システムの定量的な評価に待ち行列モデルが用いられる。本稿では，次章で，計算機ネットワークの定量的評価に待ち行列理論を応用した例を示す。

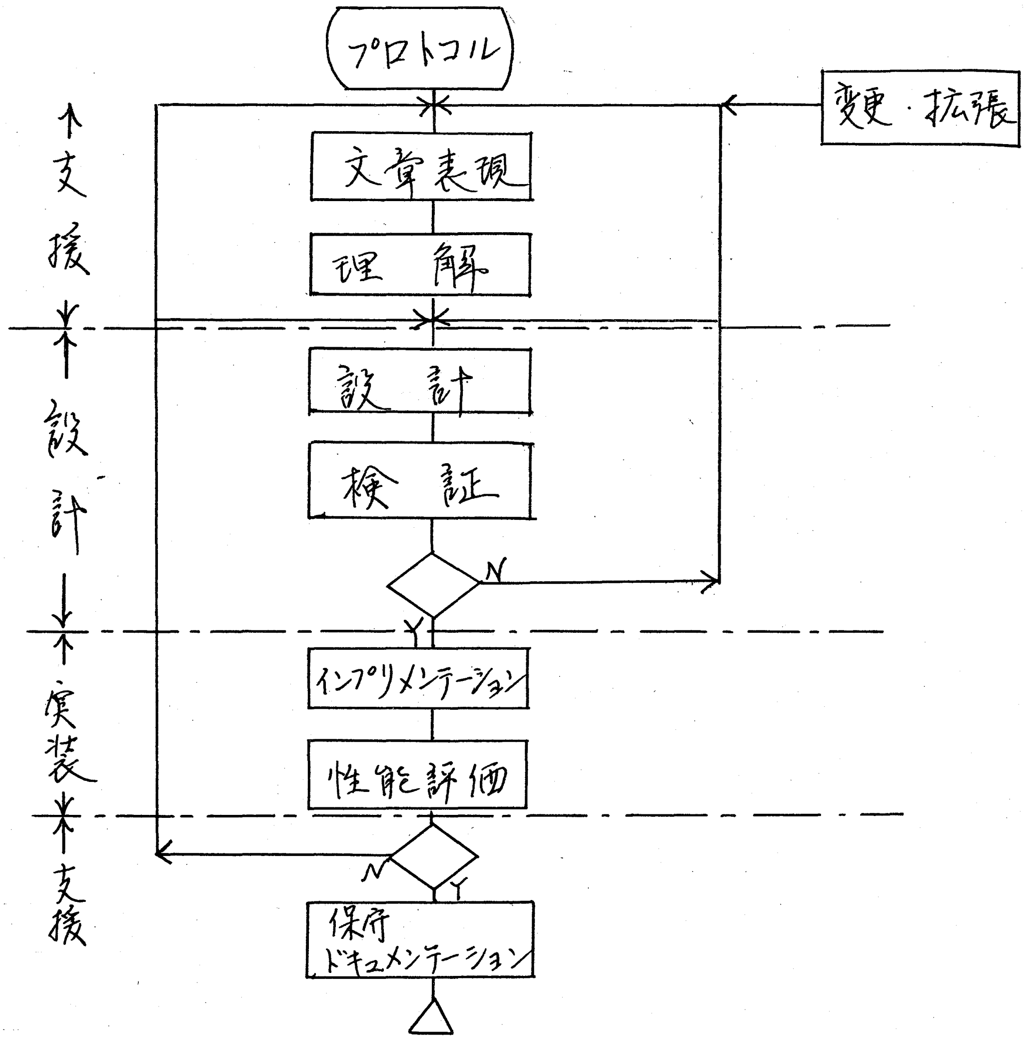

図1．プロトコルの系統的設計法と性能評価

3. Ethernet におけるRAP方式の評価

分散処理，特にOA化の動きに伴い，その通信ネットとしてループネットと並びEthernetが注目されている。筆者らは先にEthernetにおけるP−，T−CSMA方式の解析を報告した。本稿では，その問題点（通信路長が長く，又は伝送速度が速くなるとキャリアセンスによる衝突の回避効果が低下し最大スループットが減少する）を解決する非衝突形の新方式として，先に考案した半同期式を基本とした往復形交互優先方式（RAP方式）を提案する。

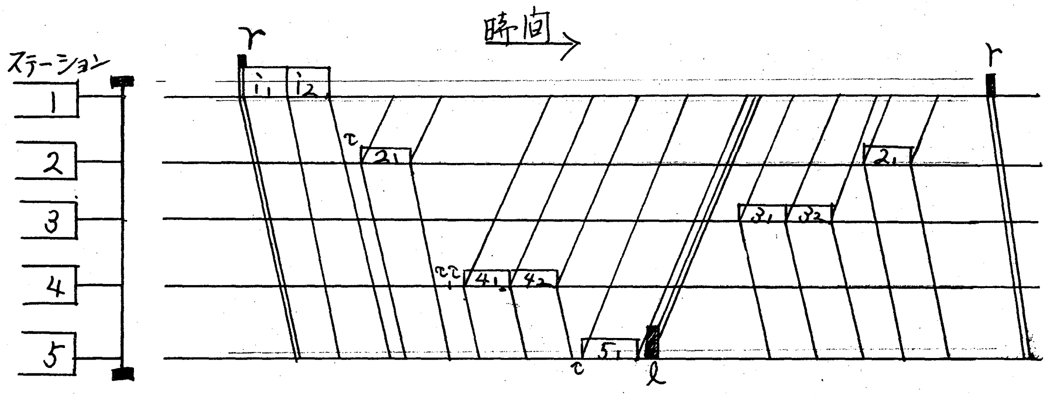

図2. RAP方式における通信路のタイムシーケンス

3. 1 RAP方式のプロトコル

図2において，共通の通信路上に配置されたステーションは次の手順に従ってパケットを送信する。各ステーションは通信路の両端に設けたサイクル発生器が交互に発信するスタ

ート信号によって起動されるサイクル内での自ステーションの優先順位に従う送出時点を検出しパケットの伝送を行う。r方向のスタート信号に対してはステーション1，2，…，Nの優先順位を与える。ステーションℓの動作は，まずスタート信号に続くパケットがあるかどうかチャネルをセンスする。（1）キャリアオンならオフになるまで待って後続のパケットがあるかどうかチャネルをセンスする。（2）キャリアオフならカウンタ＋1としてさらにチャネルをセンスする。（キャリアセンス時間はτsec とする。）（1），（2）が繰り返された後カウンタ＝ℓ－1になるキャリアオフを検出したら直ちにパケットの送出を開始する。ℓ方向のスタート信号に対しては逆順（N，N－1，……，1）の優先順位とする。

3．2　待ち行列モデル

RAP方式を用いたEthernet を待ち行列モデルで表現すると，図3のようになる。このようなモデルは，多重待ち行列問題として知られている。RAP方式は3．1で述べたようにサーバーが移動する方式から往復巡回型と名付けられる。従って，RAP方式は往復巡回型の待ち行列として分類できる。

通信方式の設計の立場から見ると，L－制限式のモデルが興味深い。つまり，トラヒックパターンが与えられた時，レスポンスタイムを最小とするLの決定問題に適用し得るからである。しかし，現在のところ，巡回形を除き，RAP方式も含め一般的に解かれていない。筆者らは，計算機シミュレーションを用いて，種々の興味深い結果を得ているが，別の機会にまとめて報告する予定である。

本稿では，全処理型のRAP方式，つまり全処理型の往復巡回型多重待ち行列について考察した結果を報告する。

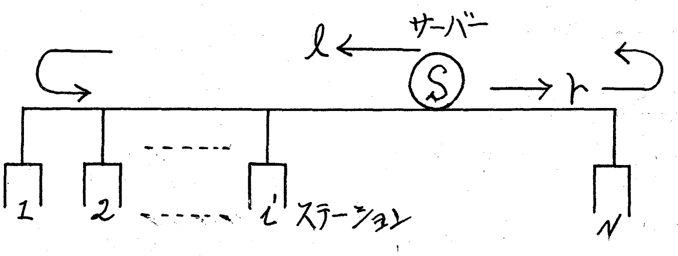

図3．往復巡回型の多重待ち行列モデル

このようなモデルは従来より種々の角度から検討されており，特に，M. Eisenberg[4] は，全処理型について，ほとんどすべてのモデルを包含するようなかなり，一般的な条件のもとで検討しており，各待ち行列における待ち時間分布の Laplace-Stieltjes 変換及び同一窓口への再訪時間分布

の Laplace-Stieltjes を与えている。又，同時にこれらの平均値を導出する"方法"について示唆しているが，M＝2の場合を除き複雑性（complexity）の問題から具体的には，与えていない。ここで，Mは待ち行列の個数を示す。前述の Ethernet におけるＲＡＰ方式はM. Eisenberg が検討したモデルに含まれる。しかしながら，本稿では，ＲＡＰ方式についてM. Eisenbergとは別の解析手法を用いて考察することにより，各待ち行列における客の平均待ち呼数を閉じた形で得ることができた。この結果を次節で与える。

3．3　全処理ＲＡＰ方式の評価

［諸定義及び仮定］

λ_i：窓口iへの到着率（ポアソン到着，バッファ無限とする）。$H_i(x)$；窓口iの呼の処理時間の分布関数，1次2次積率をh_i, $h_i^{(2)}$（有限）とする。$U_i^r(x)$；窓口iから$i+1$への歩行時間の分布関数（$i=1, 2, \cdots, N-1$），1次，2次積率をu_i^r, $u_i^{r(2)}$（有限）とする。窓口iから$i-1$へは，$U_i^l(x)$，u_i^l，$u_i^{l(2)}$（$i=2, 3, \cdots, N$）とする。平衡状態において扱い者の移動方向がrで扱い者が窓口iに到着した時点で窓口kの待ち呼数がj_kである確率をg_i^r($j_1, j_2, \cdots, j_N$)，$i=2, 3, \cdots, N$，移動方向がlの場合

$g^l_i(j_1, j_2, \cdots, j_N)$，$i = 1, 2, \cdots, N-1$ とする。扱い者の移動方向がｒで，窓口iの呼の処理が終了した時点で窓口kの待ち呼数がj_kである確率を$g^r_i(j_1, j_2 \cdots, j_N)$，$i=2, \cdots, N$，移動方向が$l$の場合$g^l_i(j_1 \cdots j_N)$，$i=1, \cdots, N-1$とする。これらの母関数を$G^r_i(x_1, \cdots, x_N)$，$G^l_i(x_1, \cdots, x_N)$ $Q^r_i(x_1, \cdots, x_N)$，$Q^l_i(x_1, \cdots, x_N)$とする。

［結果；平均待ち呼数］

母関数の関係式は次式となる。

$$G^r_{i+1}(x_1, \cdots, x_N) = G^r_i\{x_1, \cdots, x_{i-1}, \Gamma^*_i(z - z_i), x_{i+1}, \cdots, x_N\} \times U^{r*}_i(z), \quad i = 2 \cdots, N-1 \quad (1)$$

$$G^l_{i-1}(x_1, \cdots, x_N) = G^l_i\{x_1, \cdots x_{i-1}, \Gamma^*_i(z - z_i), x_{i+1}, \cdots, x_N\} \times U^{l*}_i(z), \quad i = 2, \cdots, N-1, \quad (2)$$

$$G^r_2(x_1, \cdots, x_N) = G^l_1\{\Gamma^*_1(z - z_1), x_2, \cdots, x_N\} \times U^{r*}_1(z) \quad (3)$$

$$G^l_{N-1}(x_1, \cdots, x_N) = G^r_N\{x_1, \cdots, x_{N-1}, \Gamma^*_N(z - z_N)\} \times U^{l*}_N(z) \quad (4)$$

$z = \sum_{i=1}^{N} z_i$，$z_i = \lambda_i(1 - x_i)$，$\Gamma^*(s)$；全稼動時間分布のＬＳ変換

又，扱い者が窓口iに到着した時点での窓口jの平均待ち呼数は $g^r_i(j) = \lim_{x_1, x_2 \cdots \to 1} \dfrac{\partial G^r_i(x_1, \cdots, x_N)}{\partial x_j} \Big/ G^r_i(1, \cdots, 1)$。

式（１）〜（４）を用いて，種々の操作及び変換をほどこすと最終的に次式を得る。

$$g^r_1(1) = \lambda_1(1-\rho_1)\, v / \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right)$$

$$g^l_N(1) = \lambda_N(1-\rho_N)\, v / \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right)$$

$$g^r_i(i) = \lambda_i \left\{ \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right) v^r_i + v \sum_{j=1}^{i-1} \rho_j \right\} / \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right)$$

$$g^l_i(i) = \lambda_i \left\{ \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right) v^l_i + v \sum_{j=j+1}^{N} \rho_j \right\} / \left(1-\sum_{j=1}^{N} \rho_j\right)$$

$$g^r_i(j) = \begin{cases} \lambda_j \sum_{k=j}^{i-1} u^r_k + \lambda_j \sum_{k=j+1}^{i-1} \gamma_k g^r_k(k), & (j<i) \\[2ex] \lambda_j \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} u^r_k + \sum_{k=2}^{j} u^l_k \right\} + \lambda_j \left\{ \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_k g^r_k(k) + \sum_{k=2}^{j-1} \gamma_k g^l_k(k) \right\}, & (i<j) \end{cases}$$

$$g^l_i(j) = \begin{cases} \lambda_j \left\{ \sum_{k=j}^{N-1} u^r_k + \sum_{k=i+1}^{N} u^l_k \right\} + \lambda_j \left\{ \sum_{k=j+1}^{N-1} \gamma_k g^r_k(k) + \sum_{k=i+1}^{N} \gamma_k g^l_k(k) \right\}, & (j<j) \\[2ex] \lambda_j \sum_{k=i+1}^{j} u^l_k + \lambda_j \sum_{k=i+1}^{j-1} \gamma_k g^l_k(k), & (j>i) \end{cases}$$

ここで

$$v_j^h = \sum_{i=2}^{j} u_i^l + \sum_{i=1}^{j-1} u_i^h, \quad v_j^l = \sum_{i=j+1}^{N} u_i^l + \sum_{i=j}^{N-1} u_i^h,$$

$$v = v_j^h + v_j^l, \quad \gamma_i = -T_i^{*\prime}(0) = h_i/(1-\rho_i),$$

$$\rho_i = \lambda_i h_i,$$

4. むすび

本稿では，はじめに計算機網における通信プロトコルの系統的な設計法を与え，この設計法におけるシステムの性能評価と待ち行列理論の関連について言及した。後半ではEthernetにおける通信方式としてRAP方式を提案し，その評価を，待ち行列モデルの上で試みた。RAP方式は多重待ち行列モデルとして表現することができ，現在，k－制限式を中心として種々の角度から総合的な評価を試み，進展させている。本稿では，その一部である全処理型のRAP方式についての検討例を示した。

［文献］

[1] 白鳥，野口，"通信プロトコルの系統的設計法"，
信学全大，昭57－03.

[2] 白鳥, 高橋, 野口, "通信プロトコルの理解の容易性と設計法", 情報学会全大, 昭57-03

[3] 郷原, 白鳥, 野口, "通信プロトコルの効果的設計法", 信学会, 計算機研資, 昭57-02

[4] M. Eisenberg, "Queues with Periodic Service and Change over Time", Opns. Res. (1972)

[5] 橋田, 中村 "多重待ち行列の解析〔1〕－全処理式－" 研実報, 1970, 6, 19

[6] 白鳥, 高橋, 野口, "線状結合形計算機網の情報伝送特性", 信学論, D. Vol. J63-D, No. 10, 1980